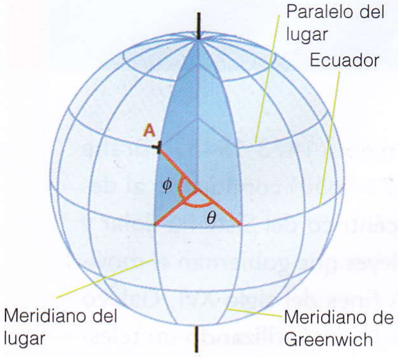
1. La esfera celeste



Coordenadas geográficas.

Coordenadas geográficas

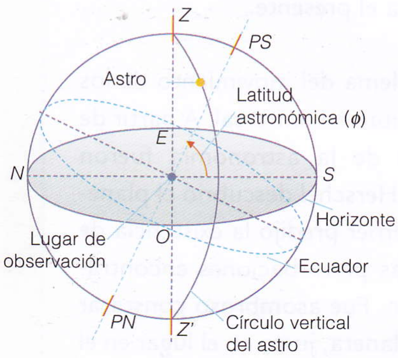
La posición de un cuerpo o de un lugar sobre la superficie de la Tierra se determina mediante dos coordenadas angulares llamadas longitud y latitud.

La longitud geográfica (θ) es el ángulo que se mide sobre el ecuador terrestre, desde el meridiano de Greenwich hasta el meridiano del lugar. También es posible representar la longitud geográfica como la diferencia entre la hora del lugar y la hora de Greenwich. Es decir:

$$-180\left[°\right](\text{Oeste}) \le \theta \le +180\left[°\right](\text{Este}); \quad -12\left[\text{h}\right](\text{O}) \le \theta \le +12\left[\text{h}\right](\text{E}) \tag{1}$$

La latitud geográfica (ϕ) es el ángulo que se mide sobre el meridiano del lugar, desde el ecuador terrestre hasta el paralelo del lugar. Es decir:

$$-90\left[°\right](\text{Hemisferio sur}) \le \phi \le +90\left[°\right](\text{Hemisferio norte}) \tag{2}$$

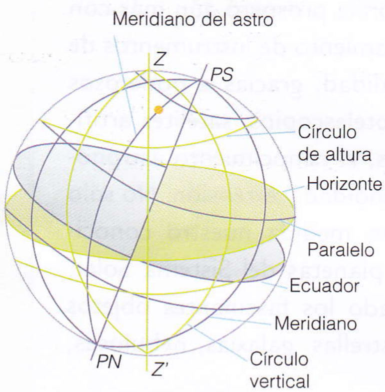


Esfera celeste.

La esfera celeste

La esfera celeste es una esfera imaginaria de radio arbitrario y centro en el lugar del observador. En su superficie están todos los astros. Es posible determinar la posición de un cuerpo (por ejemplo, una estrella) en la esfera celeste. En este caso, las coordenadas nos informan de la posición del objeto en la bóveda, pero no de la distancia a la que se encuentra de nosotros.

- El zénit (Z) es el punto más elevado por encima del observador.
- El nadir (Z') es el punto diametralmente opuesto al zénit.
- El horizonte celeste es un plano tangente a la Tierra y perpendicular a la vertical del lugar de observación.
- El ecuador celeste, el Polo Sur Celeste (PS) y el Polo Norte Celeste (PN) son prolongaciones de sus equivalentes terrestres.
- Los paralelos son círculos de la esfera celeste paralelos al ecuador celeste.
- Los meridianos son círculos que pasan por el Polo Sur Celeste y el Polo Norte Celeste.
- Un círculo vertical es un semicírculo máximo que comienza en el zénit y terminan en el nadir.
- Un círculo de altura es un círculo paralelo al horizonte celeste.



Esfera celeste.

Coordenadas astronómicas

Para ubicar un astro es preciso definir un plano y un eje perpendicular al plano.

Sistema horizontal

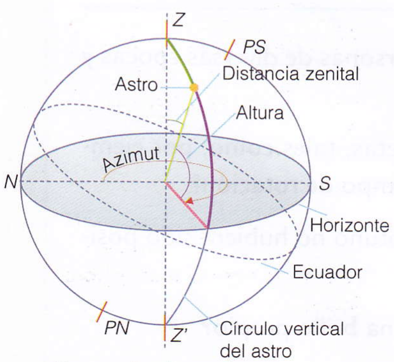
Este sistema es fijo a la Tierra y utiliza como plano fundamental el horizonte celeste. Las coordenadas son el azimut (A) y la altura (h).

El azimut (A) es el ángulo medido sobre el horizonte, en el sentido horario (N-E-S-O) con origen en el Norte y fin en el astro.

$$0\left[°\right] \le A \le 360\left[°\right] \tag{3}$$

La altura (h) es el ángulo medido sobre el circulo vertical del astro, con origen en el horizonte y fin en el astro.

$$-90\left[°\right] \le h \le +90\left[°\right] \tag{4}$$

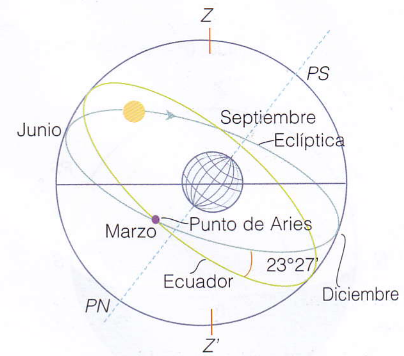


Sistema horizontal.

El complemento de la altura se conoce como distancia zenital (z) y, por supuesto, se cumple que:

$$z + h = 90[°] \tag{5}$$

La latitud astronómica (ϕ) de un lugar de observación es igual a la altura del Polo Sur Celeste.



La eclíptica es la trayectoria que recorre el Sol en la esfera celeste; en el punto de Aries el Sol pasa del hemisferio sur celeste al hemisferio norte celeste.

Sistema ecuatorial celeste

En este sistema se presentan las listas de los catálogos y mapas estelares, y es el más importante para la solución de problemas en la astronomía fundamental. Su plano fundamental es el ecuador celeste. Las coordenadas son la ascensión recta (α) y la declinación (δ). El sistema ecuatorial celeste está fijo a la esfera celeste, es decir, sus coordenadas no dependen del lugar e instante de observación. Por tanto, para cada cuerpo celeste la ascensión recta y la declinación no cambian.

La ascensión recta (α) es el ángulo que se mide a lo largo del ecuador celeste, tiene su origen el punto de Aries y su final en el meridiano del astro. Aumenta hacia el Este, de manera que:

$$0[°] \leq \alpha \leq 360[°]; \quad 0[h] \leq \alpha \leq 24[h] \tag{6}$$

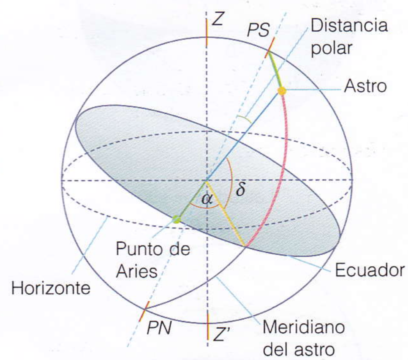
El punto de Aries es el el punto del ecuador ocupado por el Sol cuando pasa del hemisferio sur celeste al hemisferio norte celeste; define el equinoccio de primavera del hemisferio norte terrestre (aproximadamente el 22 de marzo).

La declinación (δ) es el ángulo medido sobre el meridiano del astro, tiene su origen en el ecuador y su final en el astro. Se cumple:

$$-90[°] \leq \delta \leq +90[°] \tag{7}$$

El complemento de la declinación se conoce como distancia polar (p) y, por supuesto, se cumple que:

$$\delta + p = 90[°] \tag{8}$$



Sistema ecuatorial celeste.

Sistema ecuatorial local

El sistema ecuatorial local se emplea para determinar el tiempo exacto, que es uno de los principales problemas de la astronomía práctica. Su plano fundamental es el ecuador celeste. Las coordenadas son el ángulo horario (t) y la declinación (δ).

El ángulo horario (t) es el ángulo medido sobre el ecuador, con origen en el meridiano local y fin en el meridiano del astro, de manera que:

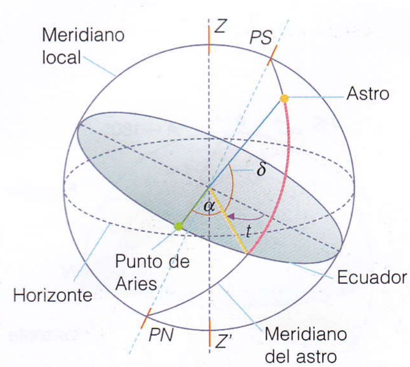
$$-12[h] \leq t \leq +12[h] \tag{9}$$

El meridiano local es el meridiano que pasa por el Polo Sur, el Polo Norte y el zénit.

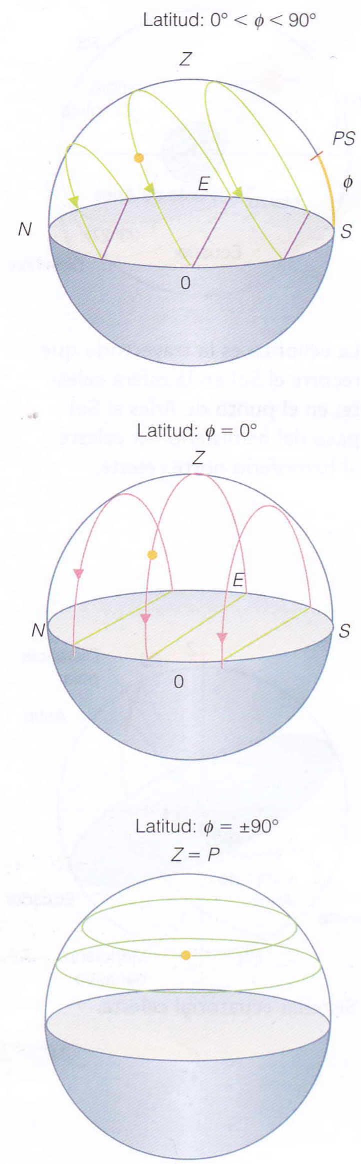
El tiempo solar y el tiempo sideral

El día sideral tiene una duración de 23 [h] 56 [m] 04 [s], mientras que el día solar medio dura 24 [h] 0 [m] 0 [s] (lee la sección de Astronomía en la unidad 5 del libro 2); se definen mediante el Sistema ecuatorial local y el Sistema ecuatorial celeste, respectivamente. La hora sideral (HS) es el ángulo horario del punto de Aries. Se mide sobre el ecuador a partir de cualquier estrella mediante la relación:

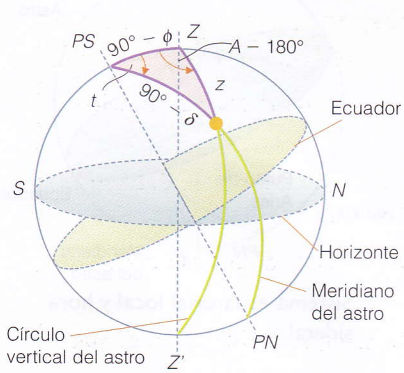
$$HS = t + \alpha \tag{10}$$



Sistema ecuatorial local y hora sideral.



Movimiento de los astros en diferentes latitudes.



Triángulo de posición.

Movimiento de los astros

El movimiento aparente de todos los astros se realiza de Este a Oeste y se debe a que el movimiento de rotación de la Tierra tiene lugar de Oeste a Este. A lo largo de un día, todos los cuerpos celestes describen en el cielo movimientos paralelos al ecuador. La orientación de estos movimientos depende de la latitud (ϕ) del lugar de observación. Si la latitud es distinta de 0° y de 90° habrán estrellas que serán siempre visibles y, otras, que nunca podrán ser observadas.

El triángulo de posición

El triángulo de posición es un triángulo esférico –también conocido como triángulo paraláctico– que está situado en la esfera celeste y cuyos vértices son el polo celeste (visible desde el lugar de observación), el cuerpo celeste y el zénit. Por tanto, los tres lados y los tres ángulos de un triángulo de posición son:

- El arco entre el zénit y el polo celeste visible = 90 [°] − $|\phi|$
- El arco entre el zénit y el cuerpo celeste = z
- El arco entre el polo celeste y el cuerpo celeste = 90 [°] − δ
- El ángulo cuyo vértice está en el zénit, mide A − 180 [°] en el Hemisferio Sur ó A en el Hemisferio Norte.
- El ángulo con el vértice en el polo = H
- El ángulo con el vértice en el cuerpo celeste.

Las ecuaciones más importantes para resolver un triángulo esférico son:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \operatorname{sen} b \cdot \operatorname{sen} c \cdot \cos \alpha \text{ (Ley de los cosenos)} \quad \boxed{11}$$

$$\operatorname{sen} a \cdot \cos \beta = \operatorname{sen} c \cdot \cos b - \cos c \cdot \operatorname{sen} b \cdot \cos \alpha \quad \boxed{12}$$

$$\frac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{sen} b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{\operatorname{sen} c}{\operatorname{sen} \gamma} \text{ (Ley de los senos)} \quad \boxed{13}$$

Relaciones entre la distancia zenital (z), el azimut (A), el ángulo horario (t) y la declinación (δ)

A partir de la figura del triángulo de posición, aplicando la ley de los cosenos a uno de los lados del triángulo de posición es posible escribir:

$$\cos(90 - \delta) = \cos(90 - \phi)\cos z + \operatorname{sen}(90 - \phi)\operatorname{sen} z \cos(A - 180)$$

De donde: $\operatorname{sen} \delta = \operatorname{sen} \phi \cos z - \cos \phi \operatorname{sen} z \cos A$

De donde: $\cos \phi \operatorname{sen} z \cos A = \operatorname{sen} \phi \cos z - \operatorname{sen} \delta \Rightarrow \cos A = \dfrac{\operatorname{sen} \phi \cos z}{\cos \phi \operatorname{sen} z} - \dfrac{\operatorname{sen} \delta}{\cos \phi \operatorname{sen} z}$

Entonces: $\cos A = \tan \phi \cot z - \sec \phi \csc z \operatorname{sen} \delta \quad \boxed{14}$

Aplicando nuevamente la ley de los cosenos para la distancia zenital z:

$$\cos z = \cos(90 - \delta)\cos(90 - \phi) + \operatorname{sen}(90 - \delta)\operatorname{sen}(90 - \phi)\cos t$$

De donde: $\cos z = \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi + \cos \delta \cos \phi \cos t$

De donde: $\cos \delta \cos \phi \cos t = \cos z - \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi \Rightarrow \cos t = \dfrac{\cos z}{\cos \delta \cos \phi} - \dfrac{\operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \phi}{\cos \delta \cos \phi}$

Entonces: $\cos t = \sec \delta \sec \phi \cos z - \tan \delta \tan \phi \quad \boxed{15}$

ANALIZA LOS EJEMPLOS

1. El nacimiento y el ocaso de un astro son los instantes en que aparece y desaparece en el horizonte, respectivamente. Calculemos: a) el tiempo en que un astro permanece encima del horizonte. b) el tiempo en que, en el Salar de Uyuni (latitud $\phi = -20{,}5\,°$), el sol permanece encima del horizonte el día del solsticio de invierno, $\delta = +23°\ 27'$.

   a) De **5** se obtienen las relaciones que nos indican el nacimiento del astro:

   $$h + z = 90\,°\text{, si } h = 0 \Rightarrow z = 90\,°$$

   Ahora colocamos el valor de la distancia zenital en la ecuación **15**, y luego encontramos el tiempo o ángulo horario t:

   $$\cos t = \sec\delta \sec\phi \cos 90\,° - \tan\delta \tan\phi$$

   Como $\cos 90° = 0$ tenemos que: $\cos t = -\tan\delta \tan\phi$

   Es decir, si conocemos la altura del polo visible ϕ (la latitud del lugar) y la declinación del astro δ entonces es posible calcular el tiempo horario t. Sin embargo, para cualquier astro, su tiempo de permanencia encima del horizonte será dos veces su ángulo horario t.

   b) De la ecuación **15** obtenemos:

   $$t = \cos^{-1}(-\tan\delta \tan\phi) = \cos^{-1}(-\tan(-23°27')\tan(-20{,}5\,°)) = 80°\,39'\,59{,}17''$$

   Puesto que 90° son 6 h, 80°39'59,17" son 5h 22m 39,94s y el tiempo de permanencia del sol en el Salar de Uyuni es 10 h 45' 19,89".

2. a) Encontremos la separación angular entre dos estrellas cuyas ascensiones rectas y declinaciones son conocidas. b) Calculemos la distancia entre las dos estrellas del eje mayor de la Cruz del Sur, si se sabe que:

   $$E_1 : (\alpha_1, \delta_1) = (12\,\text{h}\,31\,\text{m}\,11\,\text{s}, -57°07');\ E_2 : (\alpha_2, \delta_2) = (12\,\text{h}\,26\,\text{m}\,37\,\text{s}, -63°06')$$

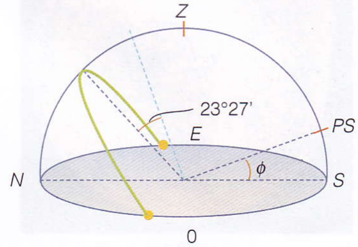
   a) La separación buscada es la longitud del arco del círculo máximo que pasa por las dos estrellas. Usando la ecuación **11** para el triángulo de posición:

   $$\cos\left(\overline{E_1E_2}\right) = \cos(90-\delta_1)\cos(90-\delta_2) + \text{sen}(90-\delta_1)\,\text{sen}(90-\delta_2)\cos(\alpha_1-\alpha_2)$$

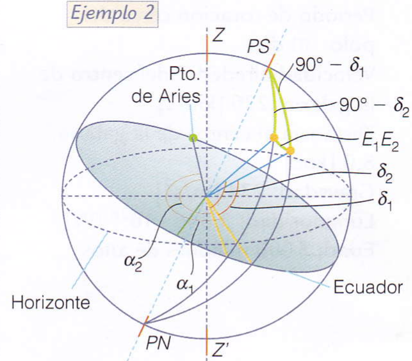
   De donde: $\cos\left(\overline{E_1E_2}\right) = \text{sen}\,\delta_1\,\text{sen}\,\delta_2 + \cos\delta_1\cos\delta_2\cos(\alpha_1-\alpha_2)$

   b) Sustituyendo datos en la ecuación anterior: $\cos\left(\overline{E_1E_2}\right) = 0{,}9945 \Rightarrow \overline{E_1E_2} = 6\,°$

Ejemplo 1



Ejemplo 2



Comprueba que estás entendiendo

1. Calcula el azimut que tiene el Sol cuando aparece y cuando desaparece en el horizonte, en los solsticios de invierno y verano.
2. Calcula la distancia máxima de las Pléyades, un grupo de 7 estrellas conocidas en Bolivia como los Siete Cabritos. Las coordenadas son: E_1: (α_1, δ_1) = (2h 31m 11s, −57°07'); E_2: (α_2, δ_2) = (2h 26m 37s, −63°06').
3. a) ¿Por qué el azimut y la ascensión recta se miden en el rango entre 0° y 360°b) ¿Por qué la altura y la declinación se miden el rango entre −90° y 90°?
4. Explica la afirmación: "si la latitud es distinta de cero, habrán estrellas que se serán siempre visibles y otras que nunca podrán ser observadas".
5. Verifica paso a paso los resultados de los dos ejemplos.