



## 5. DINAMICA DE UNA PARTICULA

### 5.1. INTRODUCCION

En capítulos anteriores se ha descrito cómo se caracteriza el movimiento en términos de la velocidad y la aceleración. Ahora se responderá por qué los objetos se mueven en la forma en que lo hacen. ¿Qué provoca que un objeto en reposo comience a moverse? ¿Qué hace que un objeto acelere o desacelere? ¿Qué es lo que interviene cuando un objeto describe una trayectoria circular? En todos los casos la respuesta será **una fuerza**. En este capítulo se estudiará la relación entre fuerza y movimiento. A continuación se describirá cualitativamente el concepto de fuerza.

#### CONCEPTO DE FUERZA Y FUERZA NETA

Resulta fácil dar ejemplos de fuerzas, pero ¿cómo se definirá este concepto en general? Una definición operacional de fuerza se fundamenta en los efectos que ella produce, es decir, una fuerza se describe en función de lo que hace. Por su propia experiencia, usted sabe que las fuerzas pueden producir cambios en un cuerpo en reposo o en movimiento. Una fuerza puede poner en movimiento a un objeto que estaba en reposo. También puede aumentar o disminuir la rapidez de un objeto en movimiento, o cambiar su sentido y dirección. En otras palabras, una fuerza puede producir un cambio en la velocidad; esto es, aceleración. Por lo tanto, un cambio observado en el estado de movimiento de un cuerpo (estado de reposo o de movimiento) es evidencia de la existencia de una fuerza. Esto lleva a una definición común de fuerza: “una fuerza es aquello capaz de cambiar el estado de reposo o de movimiento de un objeto”.

El término “capaz”, es muy importante. Toma en cuenta el hecho de que una fuerza puede actuar sobre un objeto, pero su capacidad para producir un cambio en el movimiento puede equilibrarse con otra u otras fuerzas, de tal manera que el efecto neto sea nulo. En consecuencia, una fuerza no produce necesariamente un cambio en el estado de movimiento de un objeto. En base a lo indicado anteriormente se puede deducir que una fuerza neta no nula puede producir una aceleración que es una magnitud vectorial y en consecuencia la fuerza también debe ser una magnitud vectorial.

Cuando varias fuerzas actúan sobre un objeto, usted estará interesado en su efecto combinado, o sea, la fuerza

neta. La fuerza neta es el vector suma,  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ , o resultante, de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto.

Como se ilustra en la figura 5.1.a, la fuerza neta es nula cuando fuerzas de igual módulo actúan en direcciones opuestas. Se dice que tales fuerzas son fuerzas equilibradas. Una fuerza neta no nula se refiere a una fuerza no equilibrada. En este caso, se puede analizar la situación como si sólo actuara esta fuerza. Una fuerza no equilibrada produce una aceleración (ver la figura 5.1.b).



Las fuerzas se pueden clasificar en dos tipos: a) **las fuerzas de contacto**, que surgen a causa del contacto físico (interacción) entre dos objetos, por ejemplo, cuando usted levanta un libro o pateo una pelota, usted ejerce una fuerza de contacto sobre el libro o sobre la pelota; b) **las fuerzas de acción a distancia**, lo que significa que los cuerpos no están en contacto, ejemplos de estas fuerzas son la fuerza de atracción gravitatoria, las fuerzas de atracción y repulsión entre dos cargas eléctricas y la fuerza magnética entre dos imanes. La luna es atraída a la tierra y se mantiene en órbita por una fuerza de atracción gravitacional, aunque parece no haber nada físico, que transmita la fuerza.

Ahora, teniendo una mejor comprensión del concepto de fuerza se verá cómo se relacionan la fuerza y el movimiento a través de las leyes de Newton.

### 5.2.1. PRIMERA LEY DE NEWTON O PRINCIPIO DE INERCIA

#### LA INERCIA

Todos sabemos que cuando un ómnibus frena, los pasajeros son impulsados hacia adelante, como si sus cuerpos tratarán de seguir como estaban. A veces, en algunos choques, hasta hay personas que salen despedidas fuera de los vehículos. Este ejemplo, muestra que: “los cuerpos que están en movimiento tienden a seguir en movimiento”. Esta propiedad de la materia se llama inercia. Pero existen otros aspectos de la inercia. Cuando arranca un ómnibus, los pasajeros son empujados hacia atrás, como si tratarán de quedar en el reposo en el que se hallaban. En los circos suele verse a artistas muy hábiles que con un rápido movimiento, extraen el mantel de una mesa sin que caigan ni abandonen su lugar los objetos colocados encima. Luego, se concluye que: “los cuerpos que están en reposo tienden a seguir en reposo”. Además, todos sabemos que en las curvas, los pasajeros de un vehículo son empujados hacia afuera (de las puertas), pues sus cuerpos tienden a seguir en la dirección y sentido que tenían inicialmente. El automóvil mismo se inclina, y si se toma la curva a excesiva velocidad, se produce el vuelco, lo que muestra la tendencia del automóvil a seguir en línea recta. Resumiendo las conclusiones obtenidas hasta ahora:

- 1) Todos los cuerpos en reposo tienden a seguir en reposo.
- 2) Todos los cuerpos en movimiento tienden a seguir moviéndose, pero con movimiento rectilíneo uniforme.

#### LAS FUERZAS Y EL MOVIMIENTO

Se ha utilizado intencionalmente la palabra “tiende”. Mientras nada se oponga, un cuerpo no sólo tenderá a mantener su velocidad, sino que la mantendrá; cuando exista una fuerza exterior, mostrará tendencia a mantener su velocidad, pero se verá obligado a cambiarla. Existe un problema interesante: cuando una fuerza ha puesto en movimiento a un cuerpo, ¿es necesario que esa fuerza siga actuando para que el movimiento se mantenga?

La solución está, precisamente, en el concepto de inercia. A continuación se verán algunas observaciones del movimiento sobre un terreno horizontal, caso en el cual no intervienen los efectos de la gravedad. Por una superficie horizontal, pero accidentada, se hace rodar una piedra. Se le ha aplicado una fuerza para ponerla en movimiento, venciendo su inercia. La piedra da unos saltos, choca aquí, choca allá, y luego se detiene. Parece que al dejar de actuar la fuerza, el movimiento cesa. Si se hace rodar una pelota por un terreno liso, una playa



de mar, por ejemplo, llegará muy lejos, pero termina por detenerse. Otra vez parece que para mantener el movimiento es necesaria la fuerza. Sin embargo, existe una clara diferencia con el caso anterior: al ser más lisas las superficies, el movimiento se mantuvo más tiempo. Si se repite la experiencia con una bola de cristal muy pulida, y se la hace rodar por una superficie muy pulida, un lago helado, por ejemplo, llegará muy lejos, manteniéndose en movimiento por mucho tiempo. No es difícil advertir que lo que impide que el movimiento se mantenga indefinidamente son las irregularidades de las superficies, imposibles de evitar. Entre ellas se producen rozamientos, y aparecen así las fuerzas exteriores que van frenando al móvil. Si tanto éste como la superficie estuvieran idealmente pulidos, estas fuerzas desaparecerían, y el movimiento seguiría eternamente rectilíneo y uniforme, mientras no apareciera otra fuerza exterior. En la realidad, las superficies perfectamente pulidas no existen. La función del motor en los trenes, automóviles, etc., es precisamente, para producir una fuerza capaz de compensar las fuerzas frenadoras del rozamiento. Todas las anteriores ideas constituyen el **principio de inercia**, descubierto por Leonardo de Vinci, quien lo mantuvo en secreto. Más tarde Galileo llegó a las mismas conclusiones, y finalmente Newton le dio la forma con que hoy se la conoce: **“Principio de inercia: si sobre un cuerpo no actúan fuerzas, o actúan varias que se anulan entre sí, entonces el cuerpo está en reposo o bien en movimiento rectilíneo uniforme”**.

Para concluir este punto, se puede decir que, la inercia es la resistencia que ofrece un cuerpo a cambiar su estado de reposo o de movimiento.

### MASA

La segunda ley de Newton, que se abordará en la siguiente sección, hace uso del concepto de masa. Newton utilizó el término masa como la cantidad de materia que ocupa un lugar en el espacio. Esta noción intuitiva de la masa de un cuerpo no es muy precisa, por que la cantidad de materia, en sí, no está bien definida. Con más precisión, se puede decir que, la masa es “una medida de la inercia de un cuerpo”.

#### 5.2.2. TERCERA LEY DE NEWTON O PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

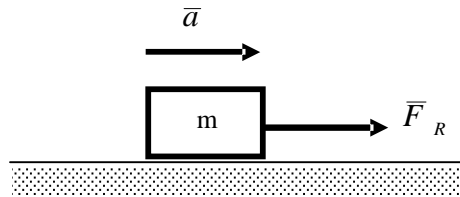
A toda fuerza (acción), se le opone otra fuerza (reacción) de módulo igual a la primera pero de sentido contrario. Esto se verifica por que las fuerzas no se originan de la nada, sino que siempre aparecen como resultado de la interacción o acción mutua entre dos o más cuerpos.

Como resultado de esta interacción y en función de las masas puede suceder que, se mueva uno de los cuerpos o se muevan ambos. Así, cuando interactúan una persona (acción) y una almohadilla (reacción) sobre una mesa, la almohadilla es la que se moverá y no así la persona. Pero si la persona empuja la pared del aula, la que se mueva será la persona y la pared permanecerá en reposo. Ahora si dos personas de aproximadamente la misma masa interactúan con las palmas de sus manos ambas se moverán en sentidos contrarios.

#### 5.2.3. SEGUNDA LEY DE NEWTON

Cuando la fuerza resultante (vector) de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo no es nula, el mismo adquirirá una aceleración en la dirección de la fuerza resultante. Experimentalmente se ha comprobado que la aceleración es directamente proporcional a la fuerza resultante, e inversamente proporcional a la masa del cuerpo, es decir,

$$a = K \frac{F_R}{m}$$



donde, K es la constante de proporcionalidad que determinado experimentalmente resulta ser igual a la unidad, es decir,  $K = 1$ .

Luego, expresando la ecuación anterior en forma vectorial se tiene,

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a} \quad (5.1)$$

o en forma equivalente,

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = m a_x \quad \sum_{i=1}^n F_{yi} = m a_y \quad (5.2)$$

En este punto se debe mencionar que la primera ley de Newton es parte de la segunda ley, ya que si la fuerza resultante es nula entonces, la aceleración es nula.

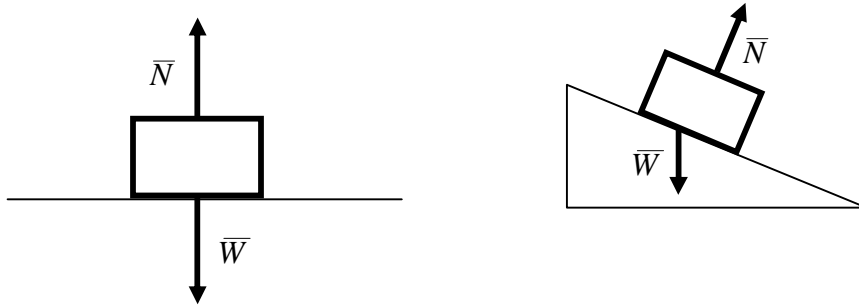
### 5.3. CLASES DE FUERZAS

#### 5.3.1. FUERZA PESO ( $\vec{W}$ )

Es la fuerza que la tierra ejerce para atraer una masa que tiene un cuerpo. Esta fuerza siempre tiene dirección vertical y siempre está dirigida hacia abajo y se expresa como  $\vec{W} = -m g \hat{j}$ , donde  $m g$  representa el módulo del vector peso. Cabe aclarar que el peso de un cuerpo varía de acuerdo al lugar donde se encuentre el mismo, en cambio la masa permanece constante en cualquier lugar.

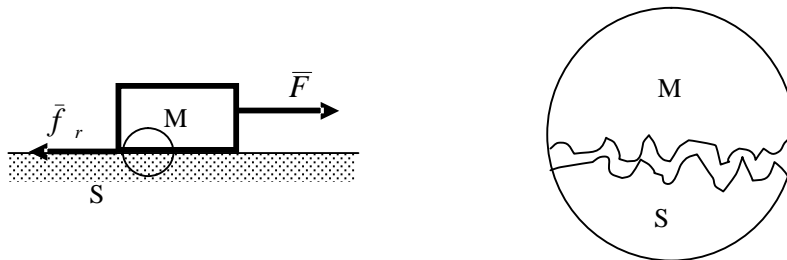
#### 5.3.2. FUERZA NORMAL O REACCIÓN ( $\vec{N}$ )

La fuerza normal (que también significa perpendicular) no es nada más que la reacción de una superficie sobre el cuerpo que se encuentra o se mueve sobre ella. Además, dicha fuerza tiene la característica de que siempre es perpendicular a la superficie sobre la que se encuentra en reposo o sobre la que se mueve, y no siempre es igual al peso.



### 5.3.3. FUERZA DE FRICCIÓN O DE ROZAMIENTO

Es una fuerza tangencial que actúa en la superficie de contacto entre dos cuerpos y que se opone al movimiento relativo de uno de ellos con respecto al otro. Estas fuerzas tangenciales siempre son paralelas a las superficies de contacto y se originan por las rugosidades de las superficies en contacto y también debido a fuerzas electromagnéticas de atracción. Además, la fuerza de fricción siempre tiene sentido contrario al sentido de movimiento del cuerpo.



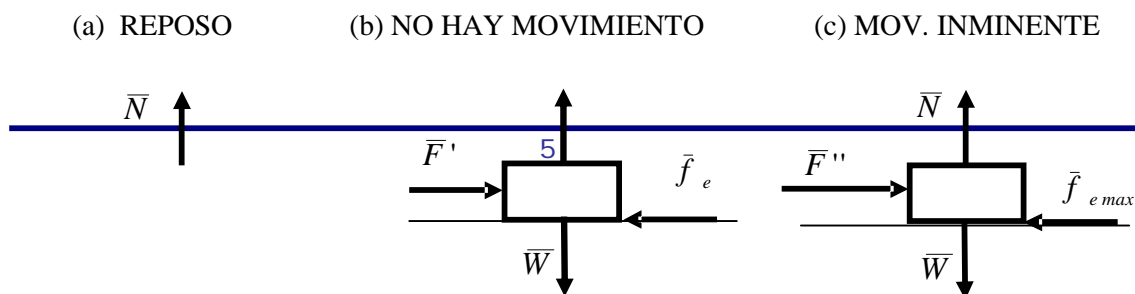
Experimentalmente se ha verificado que el módulo de la fuerza de fricción es directamente proporcional al módulo de la normal, es decir,

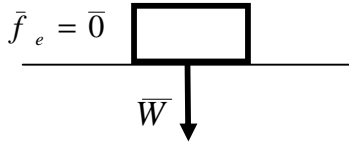
$$f_r = \mu N \quad (5.3)$$

donde  $\mu$  se denomina coeficiente de fricción. Este adopta valores en el intervalo  $0 \leq \mu \leq 1$ . Si  $\mu = 0$ , entonces se dice que la superficie es lisa y la fuerza de fricción es nula, y si  $\mu \neq 1$ , entonces la superficie se denomina rugosa.

### 5.3.4. ROZAMIENTO ESTÁTICO ( $f_e$ )

Es la fuerza tangencial entre dos superficies cuando no existe movimiento relativo entre ellas. La fuerza tangencial entre las dos superficies inmediatamente antes de que una de ellas comience a deslizarse sobre la otra recibe el nombre de fuerza máxima de rozamiento estático.





En (a), no hay movimiento posible ya que no se tiene ninguna fuerza que lo ocasione.

En (b)  $F'$  es muy pequeña y no logra mover el bloque. La fuerza de fricción sólo se encarga de equilibrar a la fuerza  $F'$ .

En (c),  $F''$  es mucho mayor que  $F'$ , de modo tal que el bloque está por moverse (deslizamiento inminente); entonces la fuerza de rozamiento es máxima y su valor es proporcional a la normal, es decir,

$$f_{e\max} = \mu_e N \quad (5.4)$$

donde  $\mu_e$  recibe el nombre de coeficiente de rozamiento estático.

### 5.3.5. ROZAMIENTO CINÉTICO ( $\tilde{f}_k$ )

Es la fuerza tangencial entre dos superficies cuando una de ellas se desplaza sobre la otra. Por lo tanto, se presenta cuando el cuerpo está en movimiento; su valor será constante y directamente proporcional a la reacción normal de la superficie, es decir,

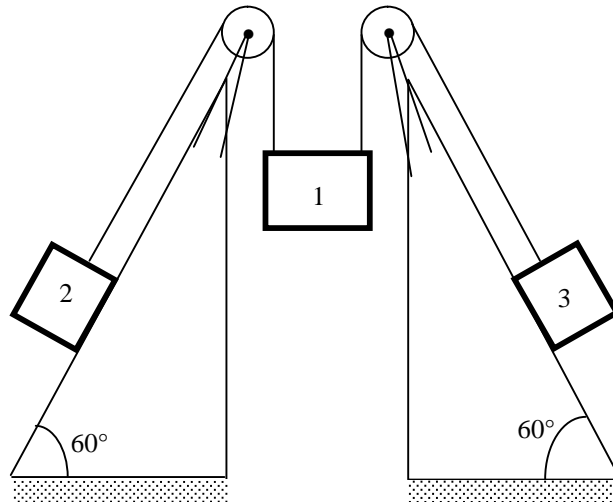
$$f_k = \mu_k N \quad (5.5)$$

donde  $\mu_k$  se denomina coeficiente de fricción cinético.

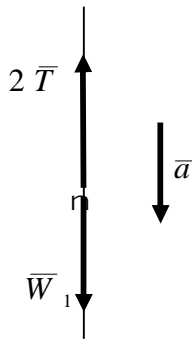
Una vez conocidas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo el siguiente paso es resolver problemas utilizando la segunda ley de Newton. Para ello se siguen los siguientes pasos:

- 1) Identificar y dibujar todas las fuerzas que están actuando sobre un cuerpo.
- 2) Construir un sistema de ejes coordenados de tal modo que el eje x sea paralelo a la dirección de movimiento del cuerpo o paralelo a la superficie sobre la que se encuentra o mueve el cuerpo.
- 3) Trasladar todos los vectores fuerza al sistema de ejes construido con la condición de que sus puntos iniciales coincidan con el origen de coordenadas.
- 4) Si algunos de los vectores no coinciden con alguno de los ejes, estos deben ser descompuestos.
- 5) Dibujar el vector aceleración en un lugar adecuado, de tal manera que sea una guía en la segunda ley de Newton.
- 6) Aplicar la segunda ley de Newton, tomando en cuenta que en el eje x, en la sumatoria de fuerzas, a las fuerzas que tengan el mismo sentido que la aceleración se les asigna signo positivo y negativas en caso contrario.
- 7) Resolver el sistema de ecuaciones planteados.

Ejemplo.- Si para el sistema de la figura,  $m_1 = 6 \text{ kg}$ ,  $m_2 = m_3 = 2 \text{ kg}$  y  $\mu = 0,2$  ( para las dos superficies ), calcule la aceleración de las masas y las tensiones en las cuerdas.



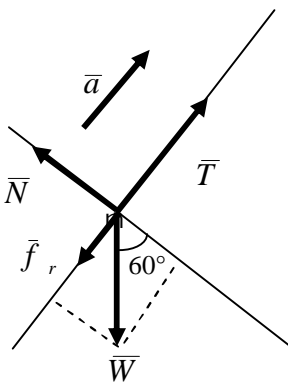
Para 1:



$$W_1 - 2T = m_1 a$$

$$m_1 g - 2T = m_1 a \quad (1)$$

Para 2:



$$T - f_r - W_2 \text{ sen } 60^\circ = m_2 a$$

$$T - \mu m_2 g \cos 60^\circ - m_2 g \text{ sen } 60^\circ = m_2 a$$

multiplicando la ecuación anterior por 2,

$$2T - 2m_2 g (\mu \cos 60^\circ + \text{sen } 60^\circ) = 2m_2 a \quad (2)$$

sumando (1) y (2),

$$m_1 g - 2m_2 g (\mu \cos 60^\circ + \text{sen } 60^\circ) = m_1 a + 2m_2 a$$

luego,

$$m_1 g - 2 m_2 g (\mu \cos 60^\circ + \operatorname{sen} 60^\circ) = (m_1 + 2 m_2) a$$

despejando,

$$a = \frac{m_1 g - 2 m_2 g (\mu \cos 60^\circ + \operatorname{sen} 60^\circ)}{m_1 + 2 m_2}$$

reemplazando,

$$a = \frac{(6)(9,8) - (2)(2)(9,8) [(0,2)(\cos 60^\circ) + \operatorname{sen} 60^\circ]}{6 + (2)(2)}$$

$$a = 2,1 \frac{m}{s^2}$$

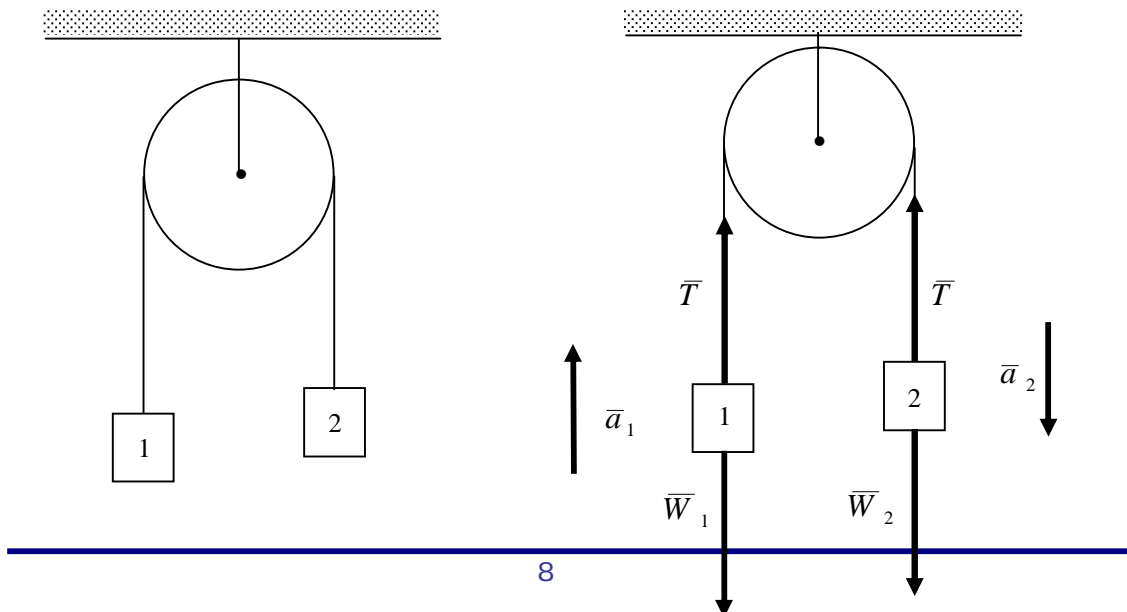
de (1),

$$T = \frac{m_1 (g - a)}{2}$$

luego,

$$T = \frac{(6)(9,8 - 2,1)}{2} \Rightarrow T = 23,1 N$$

Ejemplo.- De una cuerda inextensible y sin masa, que pasa por una polea cuelgan dos masas como se observa la figura. Sabiendo que  $m_2 = (3/2) m_1$ , calcular la aceleración de las masas.







De la figura, para  $m_2$ ,

$$m_2 g - T = m_2 a_2$$

entonces,

$$T = m_2 g - m_2 a_2 \quad (1)$$

Para  $m_1$ ,

$$T - m_1 g = m_1 a_1$$

luego,

$$T = m_1 g + m_1 a_1 \quad (2)$$

Como  $a_1 = a_2$ , entonces igualando (1) y (2),

$$m_2 g - m_2 a_2 = m_1 g + m_1 a_2$$

$$(m_2 - m_1) g = (m_1 + m_2) a_2$$

luego,

$$\left(\frac{3}{2} m_1 - m_1\right) g = \left(\frac{3}{2} m_1 + m_1\right) a_2$$

$$0,5 m_1 g = 2,5 m_1 a_2$$

entonces,

$$a_2 = \frac{0,5 g}{2,5}$$

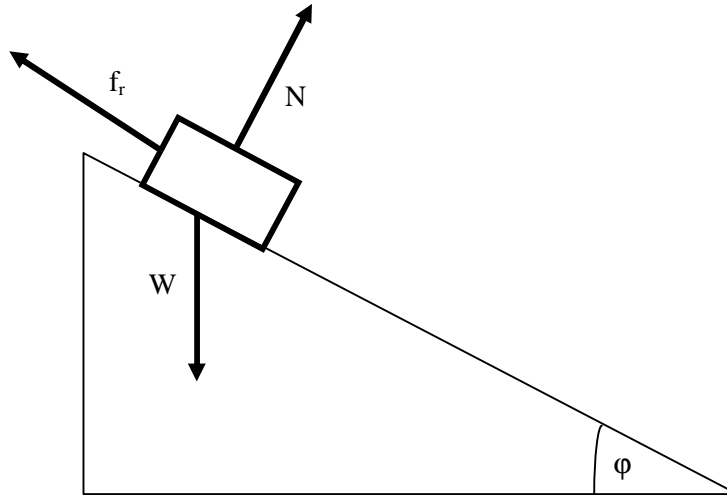
finalmente,

$$a_2 = \frac{(0,5)(9,8)}{2,5}$$

$$a_2 = 1,96 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo.- Un bloque de 2 kg de masa se suelta del reposo desde la parte superior de un plano inclinado un ángulo  $\varphi$ , respecto de la horizontal. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es  $\mu = 0,25$  y la aceleración que adquiere el bloque es  $4,905 \text{ m/s}^2$ , hallar el valor del ángulo  $\varphi$ .

DATOS:  $m = 2 \text{ kg}$  ;  $a = 4,905 \text{ m/s}^2$



Eje y,

$$N = m g \cos \varphi$$

Entonces,

$$f_r = \mu m g \cos \varphi \quad (1)$$

Eje x,

$$m g \sin \varphi - f_r = m a \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2),

$$m g \sin \varphi - \mu m g \cos \varphi = m a$$

$$g ( \sin \varphi - \mu \cos \varphi ) = a$$

$$\sin \varphi - \mu \cos \varphi = a / g$$

$$\sin \varphi - 0,25 \cos \varphi = 4,905 / 9,8$$

$$\sin \varphi - 0,25 \cos \varphi = 0,5$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 \varphi} - 0,25 \cos \varphi = 0,5$$

$$\sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 0,5 - 0,25 \cos \varphi$$

$$1 - \cos^2 = 0,25 - 0,25 \cos \varphi + 0,0625$$

reordenando,

$$1,0625 \cos^2 \varphi + 0,25 \cos \varphi - 0,75 = 0$$

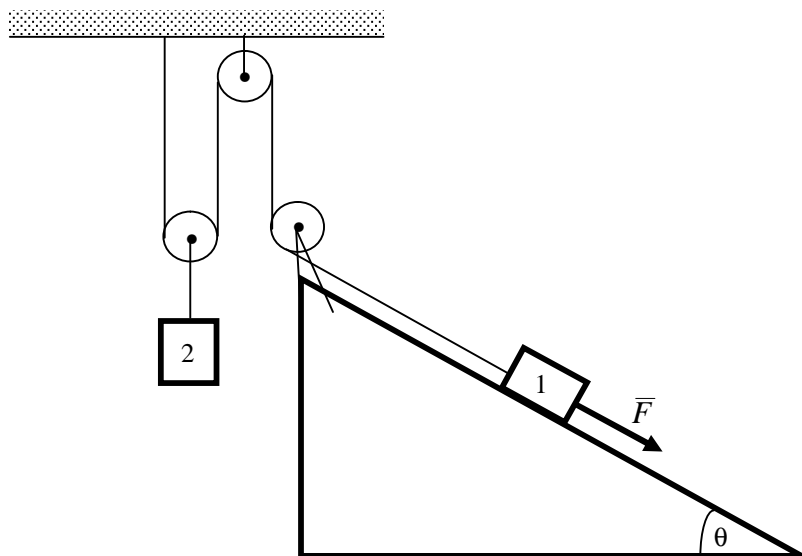
$$\cos\varphi = \frac{-0,25 \pm \sqrt{(0,25)^2 - (4)(1,0625)(-0,75)}}{(2)(1,0625)}$$

luego, 
$$\cos\varphi = \frac{-0,25 \pm 1,8}{2,125}$$

finalmente, sólo tomando en cuenta el signo positivo,

$\varphi = 43,2^\circ$

Ejemplo.- En la figura:  $m_1 = 2 \text{ kg}$  ,  $m_2 = 4 \text{ kg}$  ,  $\mu = 0,2$  ,  $\theta = 30^\circ$  y  $F = 26 \text{ N}$  . Hallar la aceleración de las masas y las tensiones en las cuerdas.



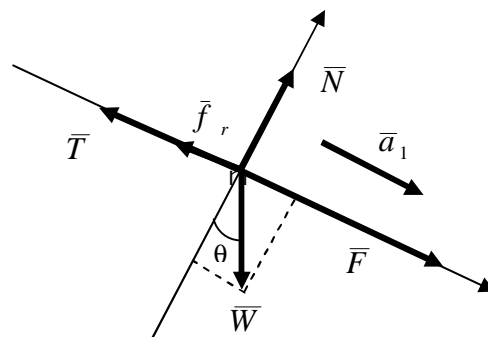
Para 1:

Eje y: 
$$N = m_1 g \cos \theta$$

Entonces, 
$$f_r = \mu m_1 g \cos \theta$$

Eje x:

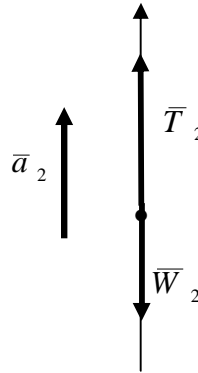
$$F + m_1 g \sin \theta - T_1 - f_r = m_1 a_1 \quad (1)$$



Para 2:  $T_2 - m_2 g = m_2 a_2$  (2)

Además,  $T_2 = 2 T_1$  (3)

$a_1 = 2 a_2$  (4)



(4) en (1),

$$F + m_1 g \sin \theta - T_1 - f_r = 2 m_1 a_2 \quad (5)$$

Multiplicando por 2,

$$2 F + 2 m_1 g \sin \theta - 2 T_1 - 2 \mu m_1 g \cos \theta = 4 m_1 a_2 \quad (5)$$

(3) en (2),

$$2 T_1 - m_2 g = m_2 a_2 \quad (6)$$

sumando (5) y (6),

$$2 F + 2 m_1 g \sin \theta - 2 \mu m_1 g \cos \theta - m_2 g = 4 m_1 a_2 + m_2 a_2$$

$$2 F + [ 2 m_1 ( \sin \theta - \mu \cos \theta ) - m_2 ] g = ( 4 m_1 + m_2 ) a_2$$

entonces,

$$a_2 = \frac{2 F + [ 2 m_1 ( \sin \theta - \mu \cos \theta ) - m_2 ] g}{4 m_1 + m_2}$$

$$a_2 = \frac{(2)(26) + [(2)(2)(\sin 30^\circ - 0,2 \cos 30^\circ) - 4](9,81)}{(4)(2) + 4}$$

$$a_2 = 2,1 \frac{m}{s^2}$$

reemplazando en (4),

$$a_1 = 4,2 \frac{m}{s^2}$$

de (2),

$$T_2 = m_2 ( a_2 + g )$$

$$T_2 = (4)(2,1 + 9,8)$$

$$T_2 = 47,6 N$$



luego de (3),

$$T_1 = \frac{47,6}{2}$$

$T_1 = 23,8 \text{ N}$
------------------------